

## 12<sup>ème</sup> JDD CETIM

# Usure et durée de vie des étanchéités: Applications aux joints radiaux segmentés

**Doctorat :** Ibrahim DIALLO

**Directeurs de thèse :** Mihai ARGHIR (PPrime)

Mohamed ANDASMAS (SAE)

**Co-encadrant :** Lassad AMAMI (CETIM)

**18/01/2023**



Institut Pprime • UPR CNRS 3346  
11, Boulevard Marie et Pierre Curie  
Site du Futuroscope TSA 41123  
86073 POITIERS CEDEX 9



# Sommaire

- I. Contexte**
- II. Joint Radial Segmenté
- III. Objectif de thèse
- IV. Lubrification par poudre
- V. Volet Expérimental
- VI. Volet Numérique
- VII. Perspectives

## Chaire AEROSEAL

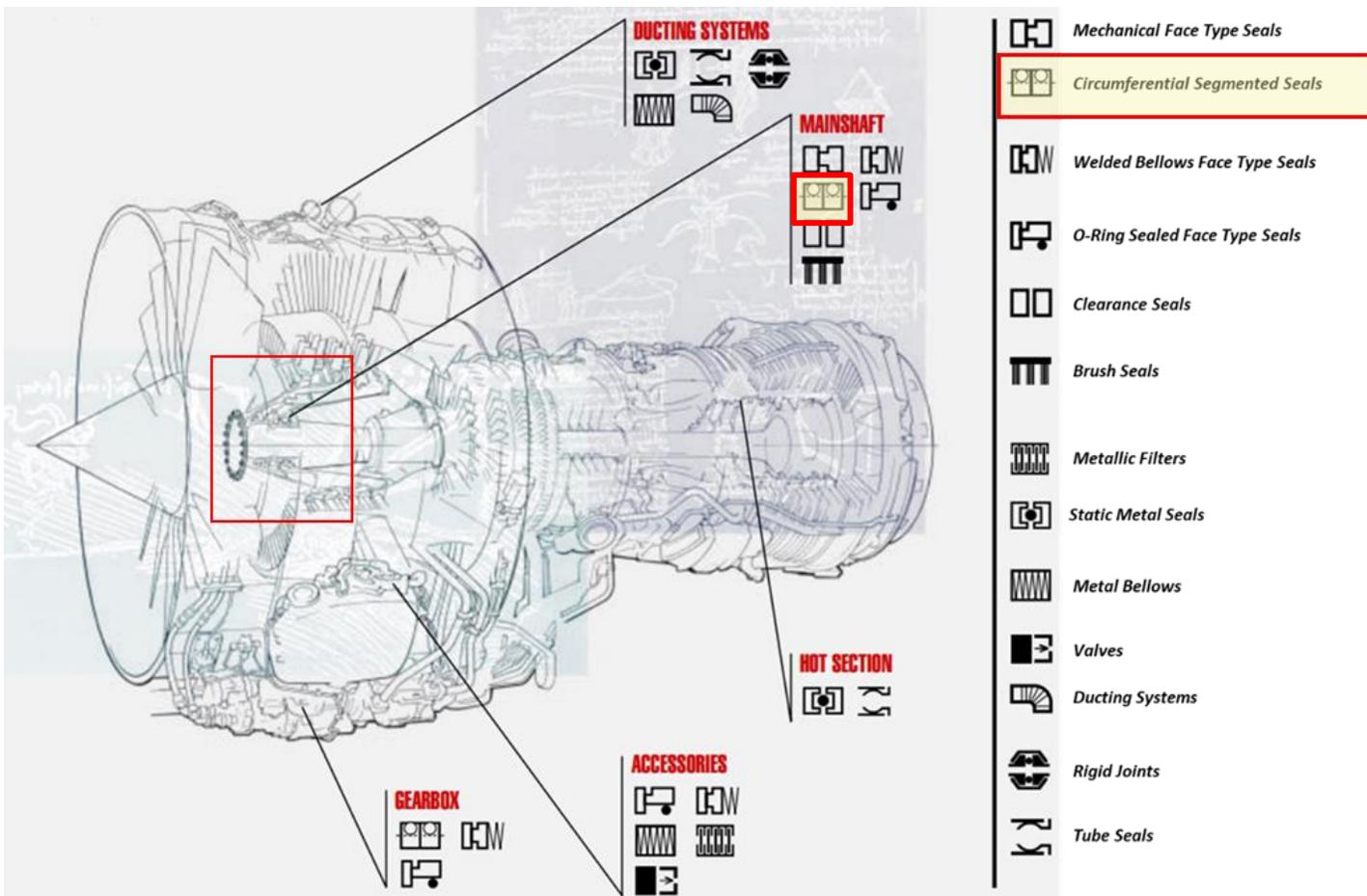


## Chaire AEROSEAL



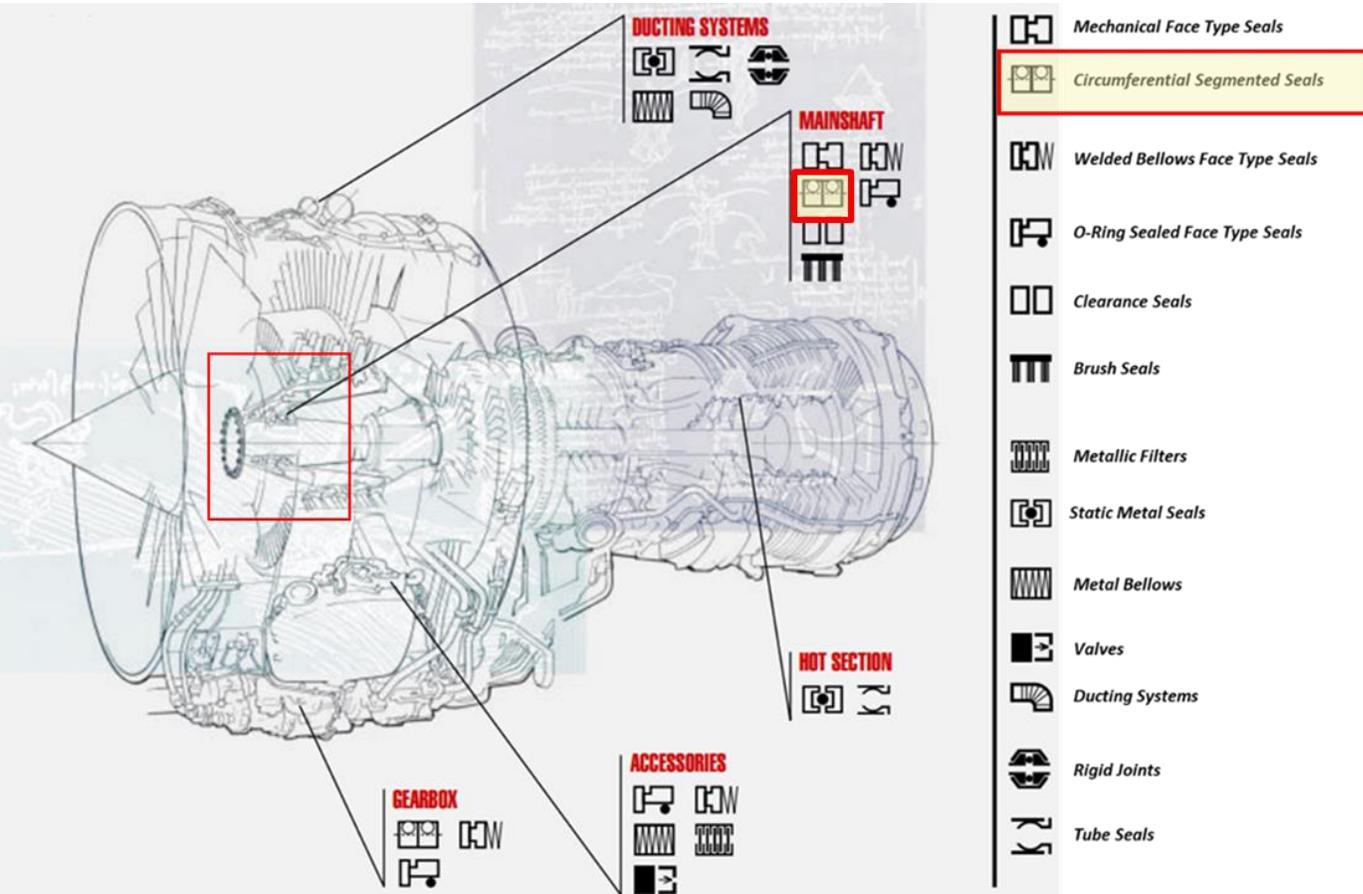
- ❑ Optimiser la motorisation et réduire la consommation de carburant.
- ❑ Chaire dédiée à la tribologie pour les étanchéités dynamiques du moteur aéronautique.
- ❑ Les travaux portent sur la maîtrise de la durée de vie et sur la performance d'une étanchéité en termes de débit de fuite, d'usure et de puissance dissipée.

## Les étanchéités dans un turboréacteur



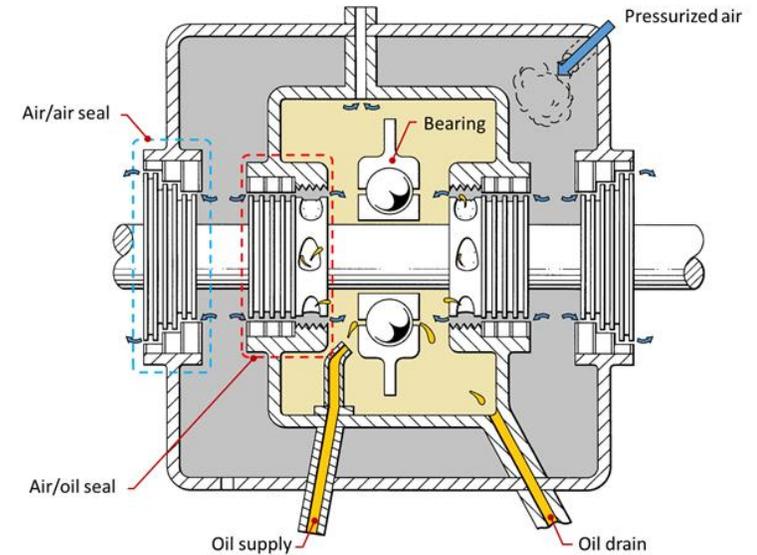
Eagle Engineering Aerospace, « Catalogue Eagle Engineering Aerospace »

## Les étanchéités dans un turboréacteur



Eagle Engineering Aerospace, « Catalogue Eagle Engineering Aerospace »

## Etanchéité autour d'un roulement dans un moteur aéronautique



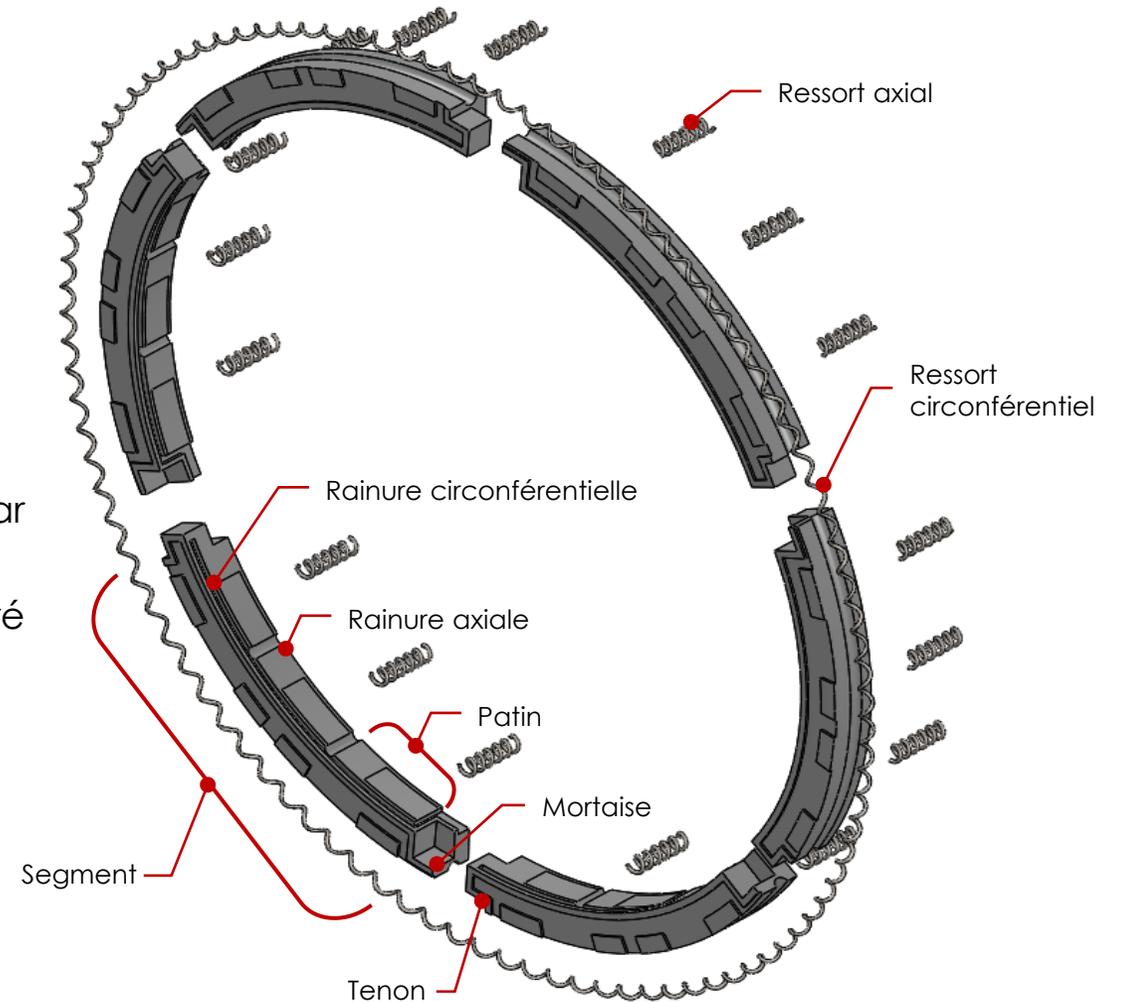
Utilisation du joint radial segmenté pour l'étanchéité air/air et air/huile pour remplacer les joints labyrinthes existants

# Sommaire

- I. Contexte
- II. Joint Radial Segmenté**
- III. Objectif de thèse
- IV. Lubrification par poudre
- V. Volet Expérimental
- VI. Volet Numérique
- VII. Perspectives

# Joint Radial Segmenté (JRS)

- ❑ Une bague annulaire divisée en plusieurs segments ( 3 à 6 segments)
- ❑ Segments en carbone graphité, reliés par un ressort circonférentiel
- ❑ Chaque segment possède également une série de ressorts axiaux
- ❑ Les segments sont capables de se déplacer radialement les uns par rapport aux autres
- ❑ La présence du ressort garantit ainsi un montage constamment serré autour du rotor.

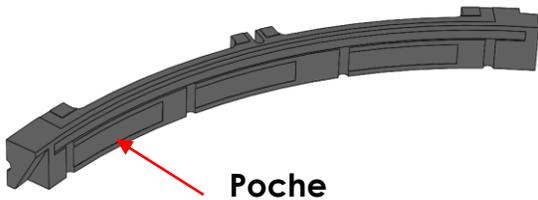


Mariot A., «Analyse théorique et expérimentale des joints d'étanchéité à bague flottante et des joints rainurés segmentés» Poitiers, Thèse de doctorat, 2015.

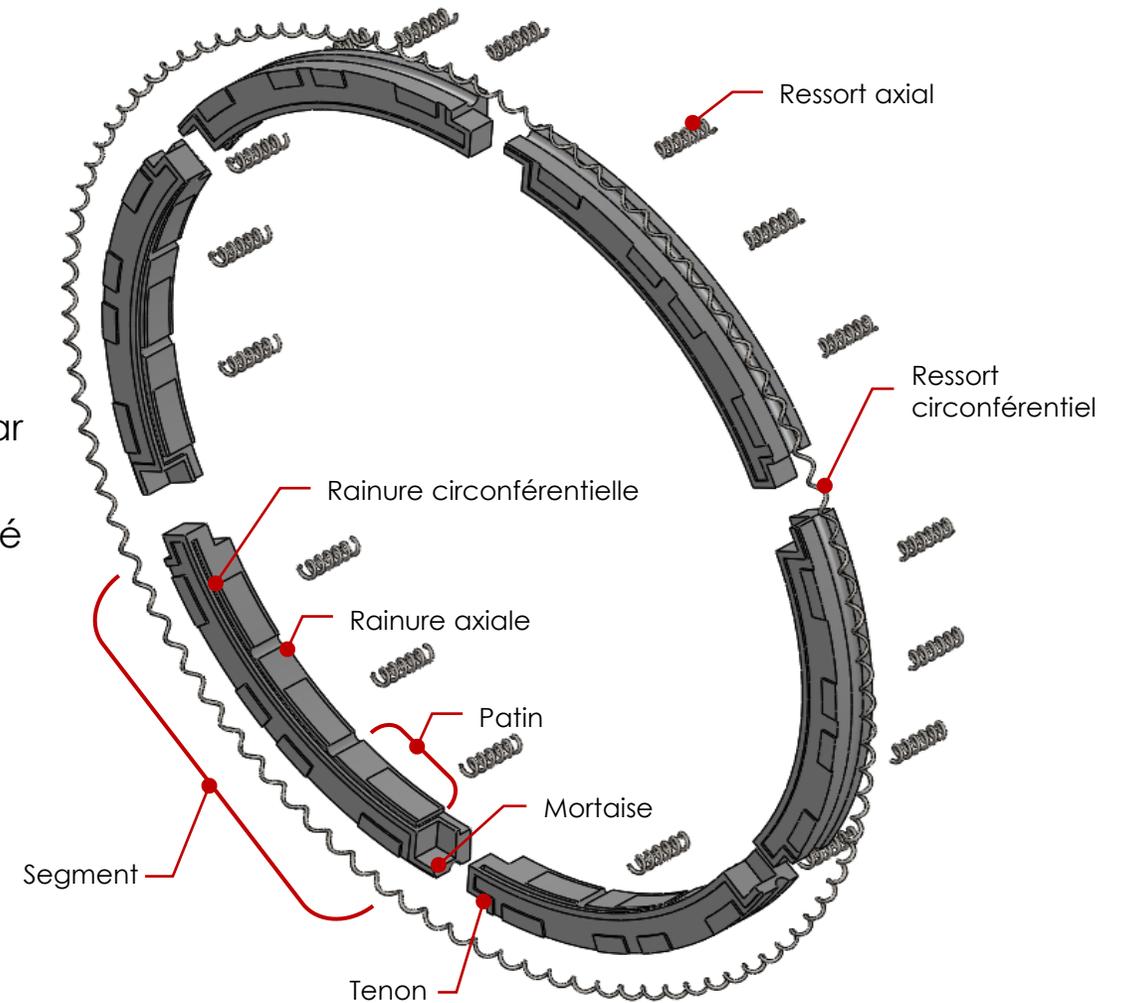
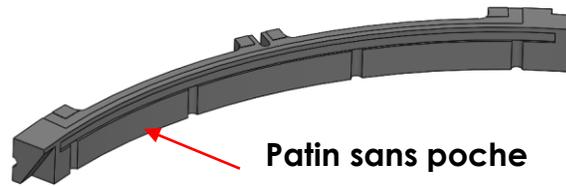
# Joint Radial Segmenté (JRS)

- ❑ Une bague annulaire divisée en plusieurs segments ( 3 à 6 segments)
- ❑ Segments en carbone graphité, reliés par un ressort circonférentiel
- ❑ Chaque segment possède également une série de ressorts axiaux
- ❑ Les segments sont capables de se déplacer radialement les uns par rapport aux autres
- ❑ La présence du ressort garantit ainsi un montage constamment serré autour du rotor.

**Joint avec poche**

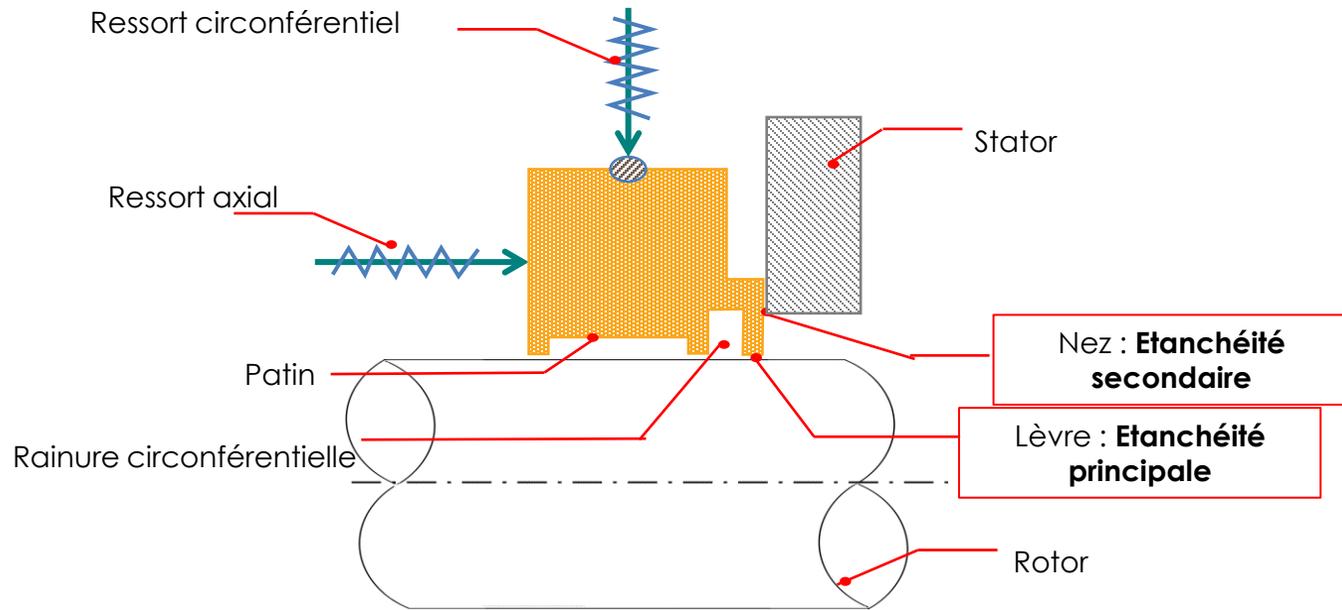


**Joint sans poche**



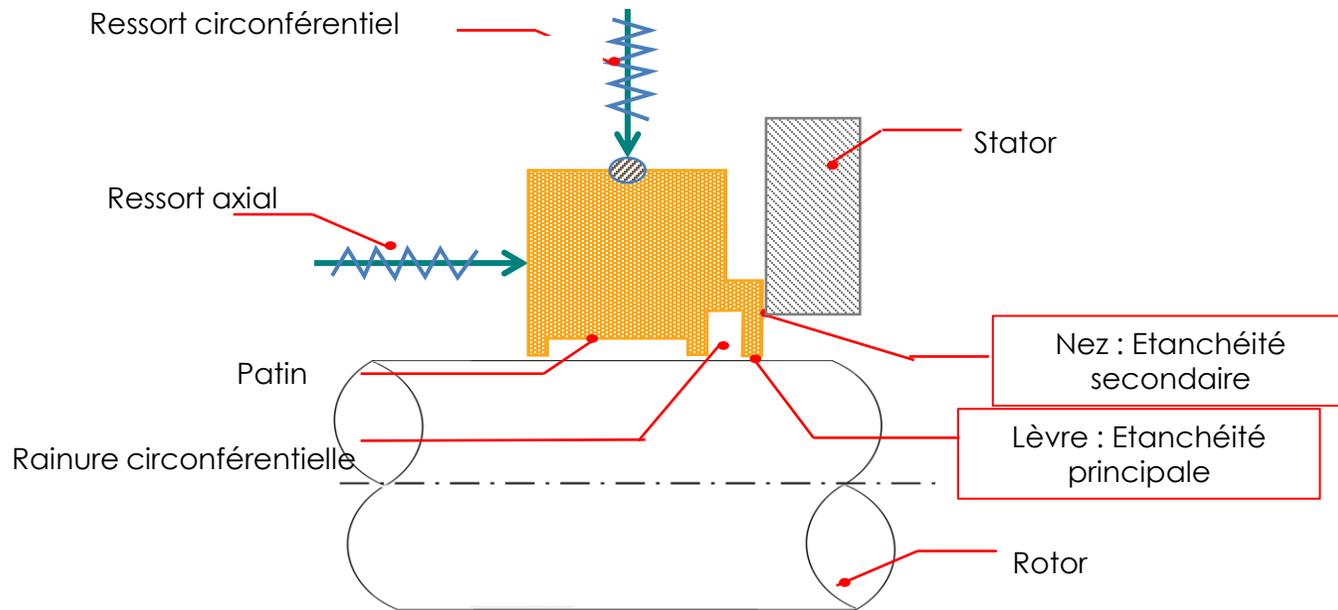
Mariot A., «Analyse théorique et expérimentale des joints d'étanchéité à bague flottante et des joints rainurés segmentés» Poitiers, Thèse de doctorat, 2015.

# Les étanchéités du JRS

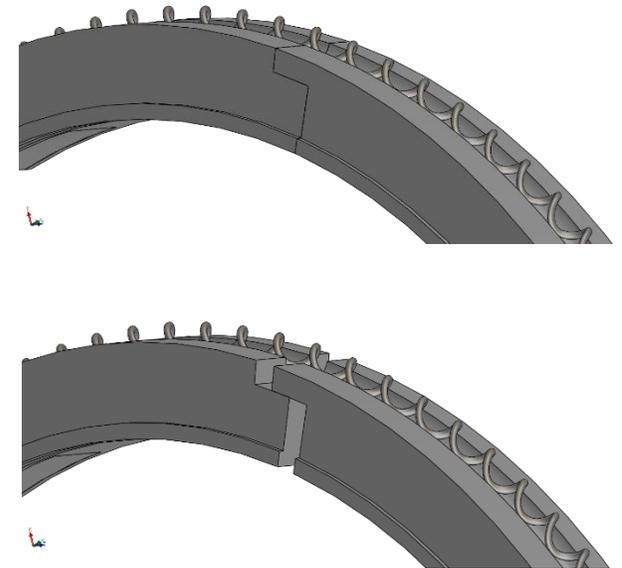


Fourt E., «Etude de joints radiaux en carbone graphite avec application aéronautique » Poitiers, Thèse de doctorat, 2020.

# Les étanchéités du JRS



## Etanchéité tertiaire : contact Tenon-Mortaise



# L'usure du Joint Radial Segmenté (JRS)

LEAP1-A \_JRS1\_ Inspection visuelle après Phase 1

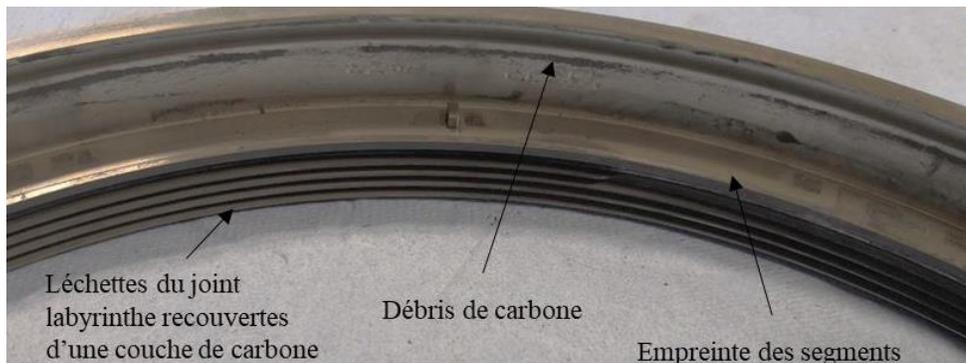


Le JRS corps permet :

- D'accommoder les déplacements
- D'apporter de l'amortissement
- De générer un effet de portance

Une poudre en crée par l'usure du JRS appelée « 3<sup>ème</sup> corps »

Cette poudre en carbone-graphité permettra la lubrification du joint



Fourt E., «Etude de joints radiaux en carbone graphite avec application aéronautique » Poitiers, Thèse de doctorat, 2020.

# Sommaire

- I. Contexte
- II. Joint Radial Segmenté
- III. Objectif de thèse**
- IV. Lubrification par poudre
- V. Volet Expérimental
- VI. Volet Numérique
- VII. Perspectives

# Objectif de la thèse

- Contexte

Safran Aircraft Engines (SAE) souhaite continuer la compréhension du fonctionnement des JRS et des mécanismes physiques associés

# Objectif de la thèse

## □ Contexte

Safran Aircraft Engines (SAE) souhaite continuer la compréhension du fonctionnement des JRS et des mécanismes physiques associés

## □ Motivations

**Etudier les phénomènes physiques en jeux**

**Etudier l'usure subie par les étanchéités principales et secondaires**

**Fournir une base de résultats expérimentaux variés**

# Objectif de la thèse

## ❑ Contexte

Safran Aircraft Engines (SAE) souhaite continuer la compréhension du fonctionnement des JRS et des mécanismes physiques associés

## ❑ Motivations

Etudier les phénomènes physiques en jeux

Etudier l'usure subie par les étanchéités principales et secondaires

Fournir une base de résultats expérimentaux variés

## ❑ Objectif

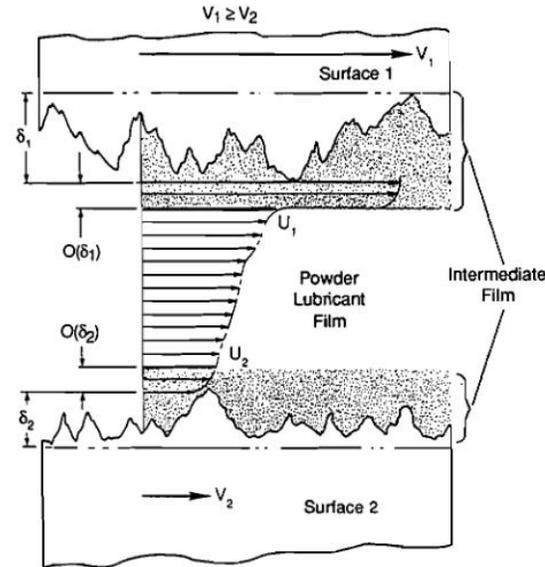
**Estimer la durée de vie des JRS**

# Sommaire

- I. Contexte
- II. Joint Radial Segmenté
- III. Objectif de thèse
- IV. Lubrification par poudre**
- V. Volet Expérimental
- VI. Volet Numérique
- VII. Perspectives

# Lubrification par poudre

- ❑ Les poudres sont utilisées comme des lubrifiants solides.
- ❑ Elles sont utilisées pour lubrifier des zones extrêmement agressives (température et charges élevées)



## Schéma classique de la lubrification par Poudre

Deux surfaces séparées par la poudre  
La hauteur de la poudre est connue

# Lubrification par poudre

- ❑ Les poudres sont utilisées comme des lubrifiants solides.
- ❑ Elles sont utilisées pour lubrifier des zones extrêmement agressives (température et charges élevées)

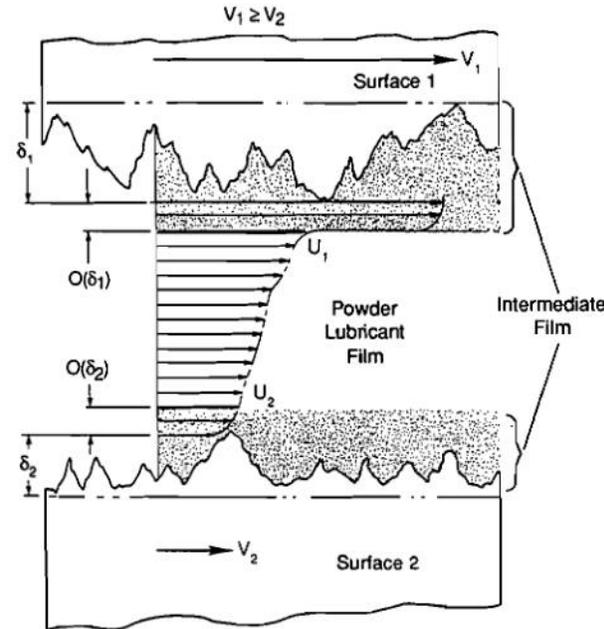
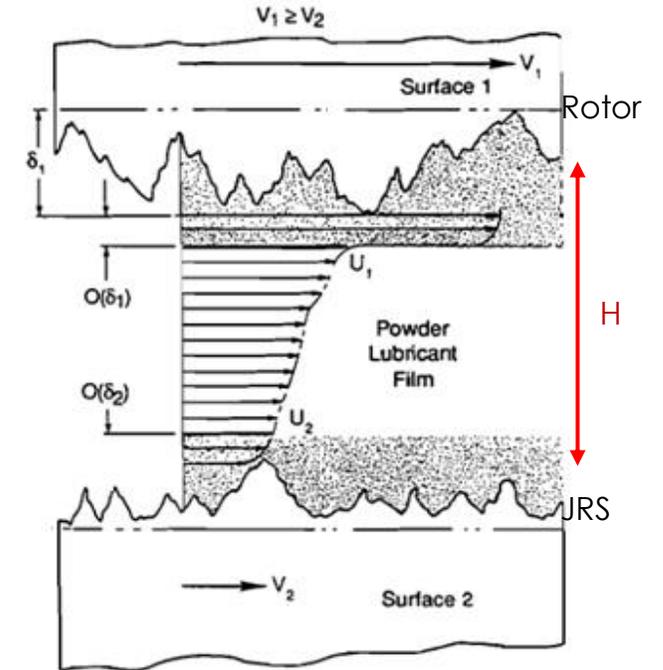
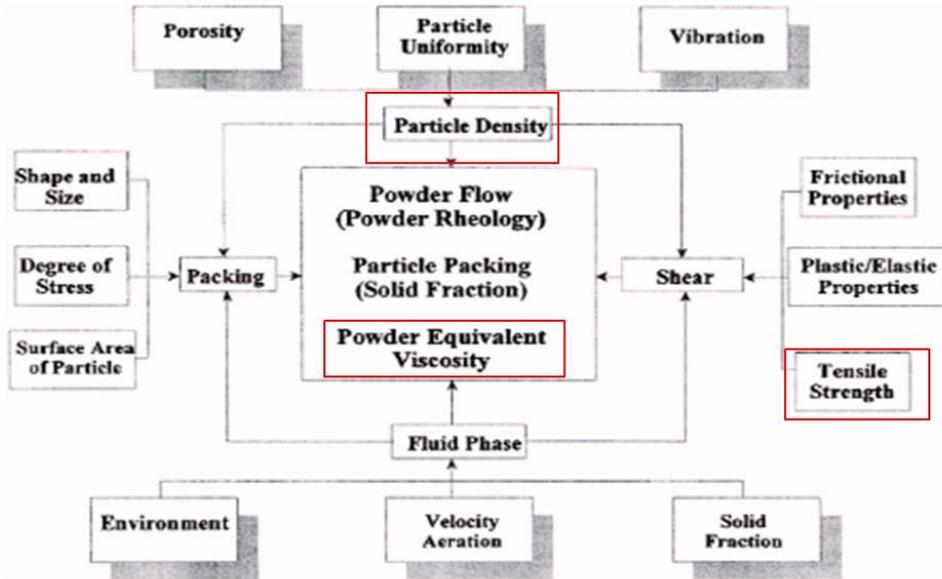


Schéma classique de la lubrification par Poudre  
 Deux surfaces séparées par la poudre  
 La hauteur de la poudre est connue



**Le cas du joint radial segmenté (JRS)**  
 Libération de la poudre par usure du JRS  
 Lubrification par cette poudre  
 Hauteur du film de poudre inconnue

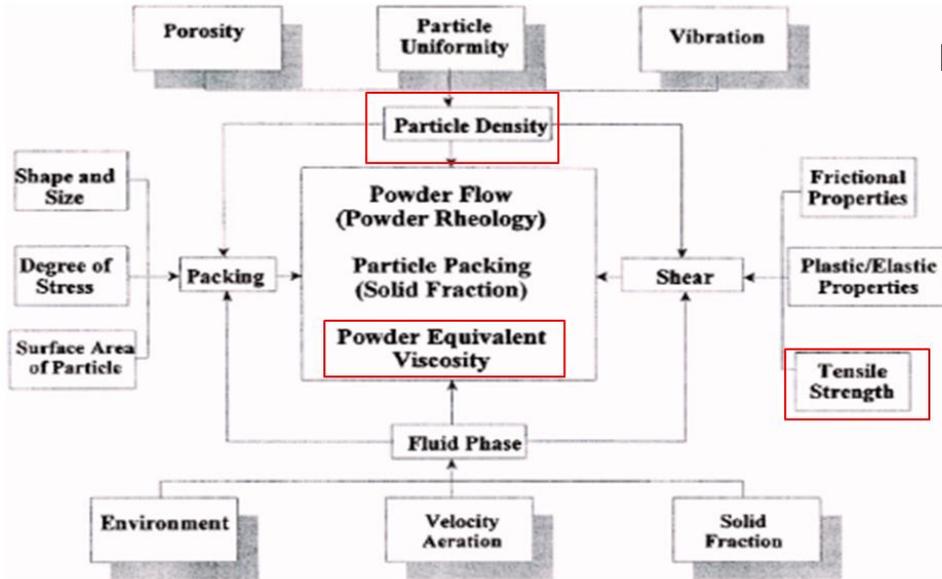
## Les paramètres caractéristiques d'une poudre



Comportement est complexe et difficile à modéliser

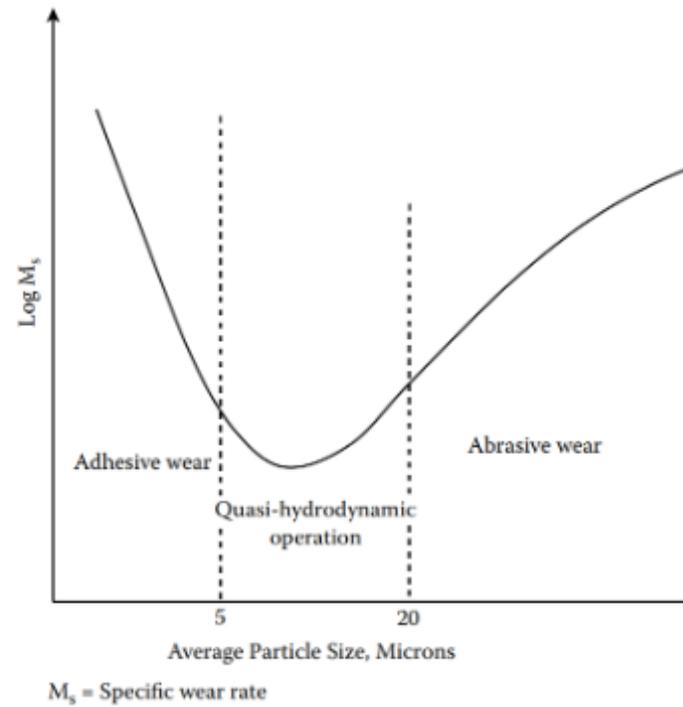
# La poudre

Les paramètres caractéristiques d'une poudre

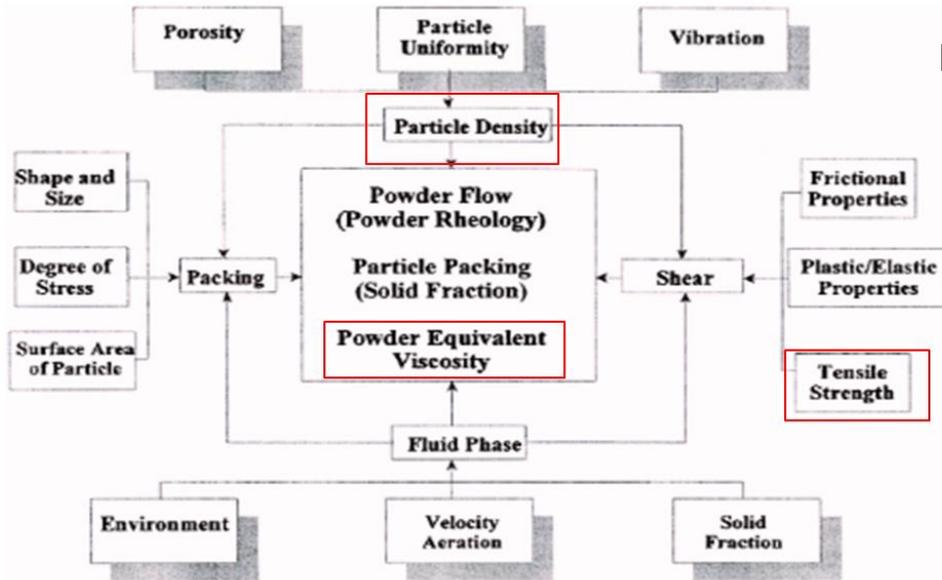


Comportement est complexe et difficile à modéliser

Exemple de l'influence de la taille du grain sur le taux d'usure

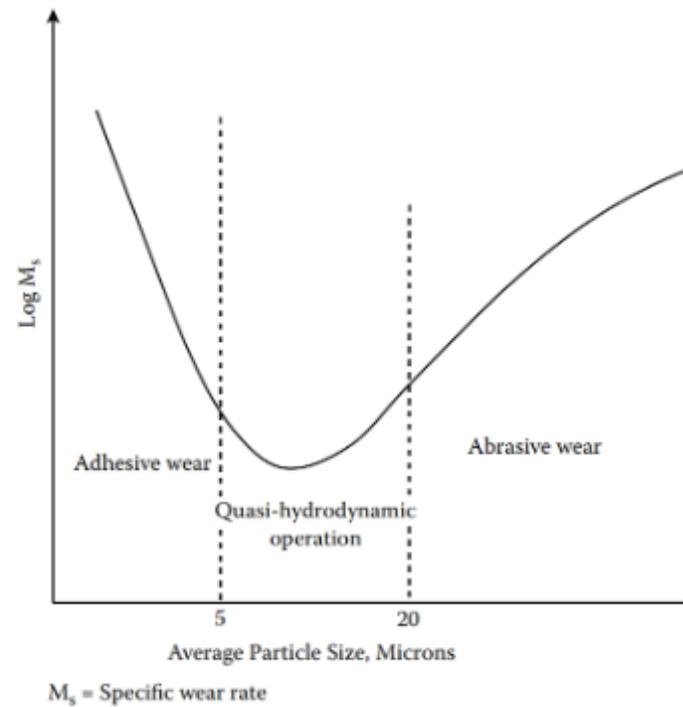


Les paramètres caractéristiques d'une poudre



Comportement est complexe et difficile à modéliser

Exemple de l'influence de la taille du grain sur le taux d'usure



Ordre de grandeur de la taille des particules:

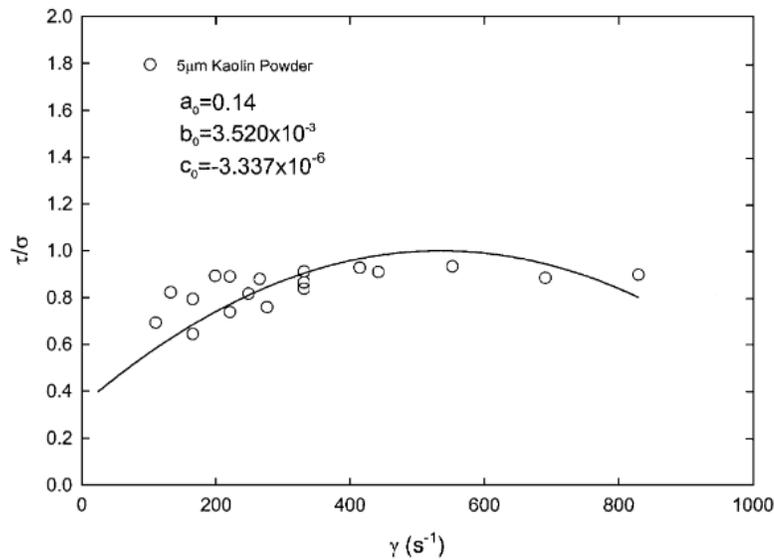
- Particules de poudre  $\sim 1\mu m$
- Particules granulaires  $\sim 1mm$

# Modèles rhéologiques de la lubrification par poudre

## 1 - Modèle de Chen et al. (2002)

$$\frac{\tau_{xr}}{\sigma_0} = a_0 + b_0 \left( \frac{du}{dr} \right) + c_0 \left( \frac{du}{dr} \right)^2$$

- $a_0$  Tangente de l'angle de friction interne entre particule
- $\sigma_0$  contrainte de compression utilisé pour compacter la poudre
- $\sigma_0 b_0$  Coefficient de viscosité
- $c_0 \sigma_0$  coefficient de correction



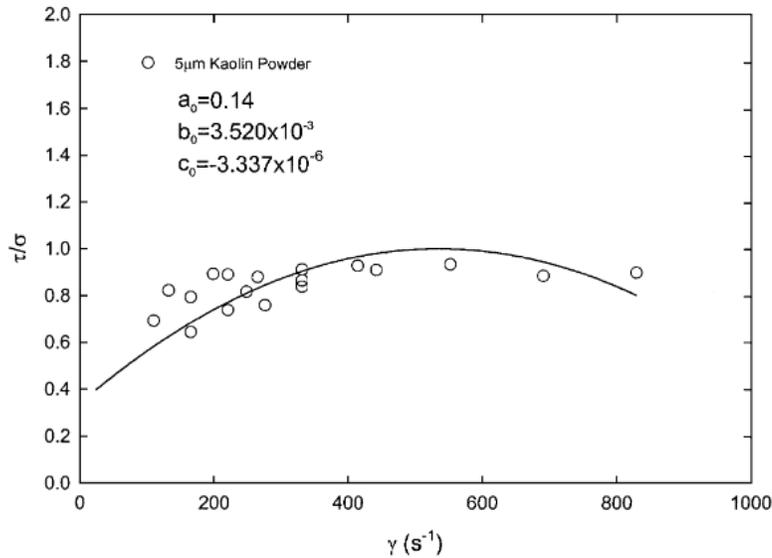
Chen, D., Klausner, J. F., and Mei, R., 2002, "A Fluid Mechanics Approach to Describing the Behavior of Pneumatically Conveyed Powder Plugs," Powder Technology, **124**(1–2), pp. 127–137.

# Modèles rhéologiques de la lubrification par poudre

## 1 - Modèle de Chen et al. (2002)

$$\frac{\tau_{xr}}{\sigma_0} = a_0 + b_0 \left( \frac{du}{dr} \right) + c_0 \left( \frac{du}{dr} \right)^2$$

- $a_0$  Tangente de l'angle de friction interne entre particule
- $\sigma_0$  contrainte de compression utilisé pour compacter la poudre
- $\sigma_0 b_0$  Coefficient de viscosité
- $c_0 \sigma_0$  coefficient de correction

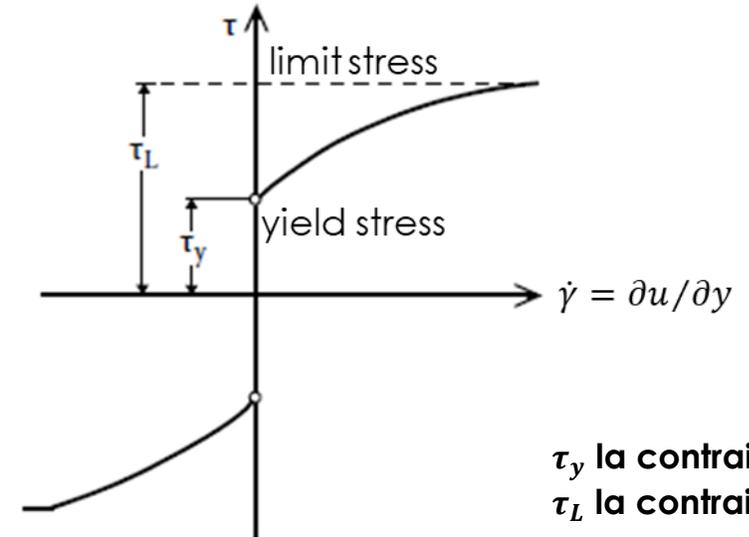


Chen, D., Klausner, J. F., and Mei, R., 2002, "A Fluid Mechanics Approach to Describing the Behavior of Pneumatically Conveyed Powder Plugs," Powder Technology, **124**(1-2), pp. 127-137.

## 2 - Modèle d'Heshmat (2010)

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\tau}{\mu_0} + \alpha \tau^3 + \beta \tau^5$$

- $\mu_0$  la viscosité dynamique
- $\alpha$  et  $\beta$  coefficients empiriques



Heshmat, H. "Tribology of Interface Layers" CRS Press, 2010.

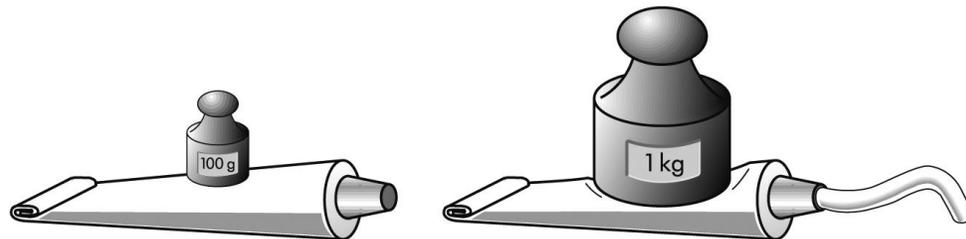
# Comportement rhéologique de la poudre

- ❑ Un fluide à seuil simple (ou viscoplastique) est un matériau qui a deux comportements suivant la valeur de la contrainte qui lui est appliquée.

$$\tau = \tau_0 + \mu\dot{\gamma}$$

- ❑ Il est caractérisé par une contrainte seuil  $\tau_0$  et une viscosité  $\mu$ .
- ❑ Si la contrainte appliquée est inférieure à la contrainte alors il se déforme comme un solide, sinon il s'écoule comme un fluide.

Exemple :  
Dentifrice  
Ketchup  
Sable sec



# Comportement rhéologique de la poudre

- ❑ Un fluide à seuil simple (ou viscoplastique) est un matériau qui a deux comportements suivant la valeur de la contrainte qui lui est appliquée.

$$\tau = \tau_0 + \mu \dot{\gamma}$$

- ❑ Il est caractérisé par une contrainte seuil  $\tau_0$  et une viscosité  $\mu$ .
- ❑ Si la contrainte appliquée est inférieure à la contrainte alors il se déforme comme un solide, sinon il s'écoule comme un fluide.

Exemple :  
Dentifrice  
Ketchup  
Sable sec

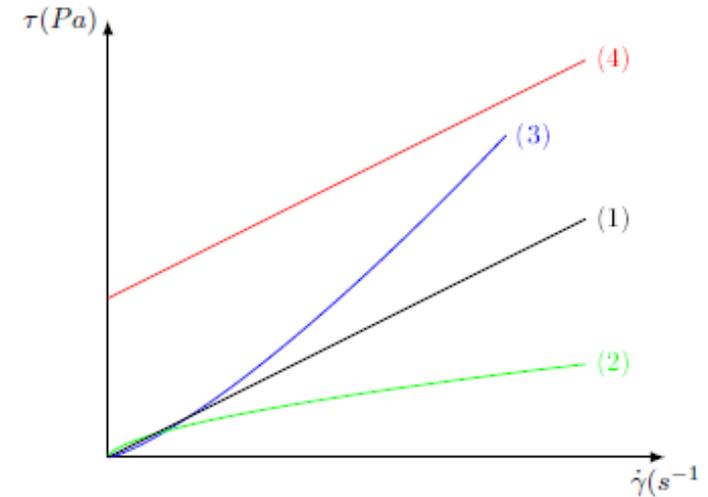
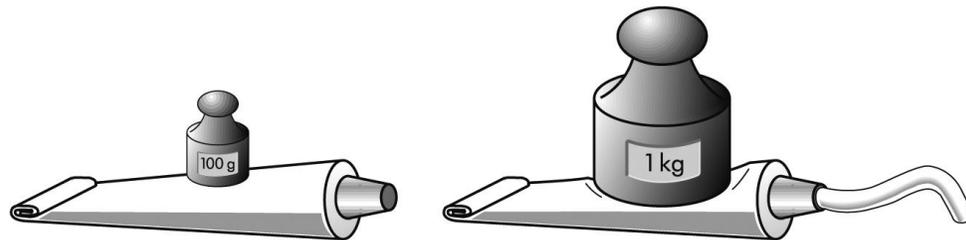
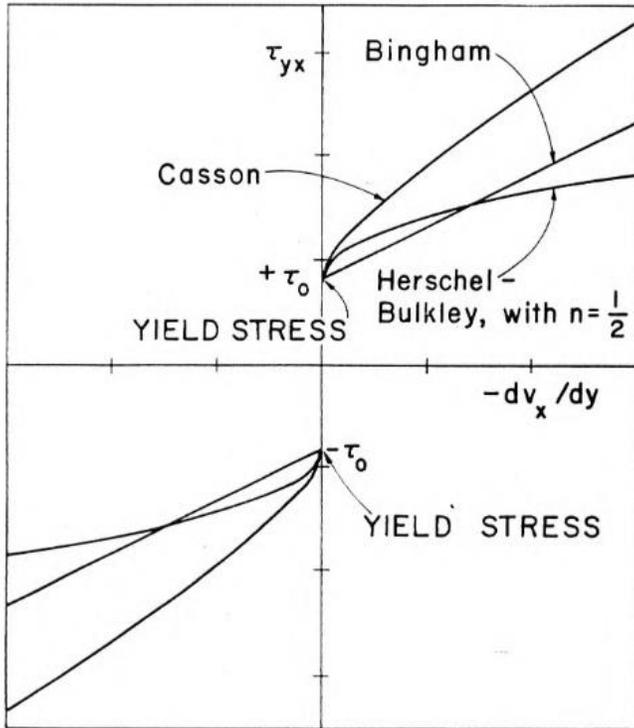


Figure 1.2 – Courbes d'écoulement d'un fluide newtonien (1), rhéo-fluidifiant (2), rhéo-épaississant (3) et de Bingham (4).

## Les lois d'écoulements de différents fluides

CHEVALIER T., «Écoulements de fluides à seuil en milieux confinés» Université de Paris-Est, Thèse de doctorat, 2013.

# Formulation mathématique des modèles rhéologiques viscoplastiques



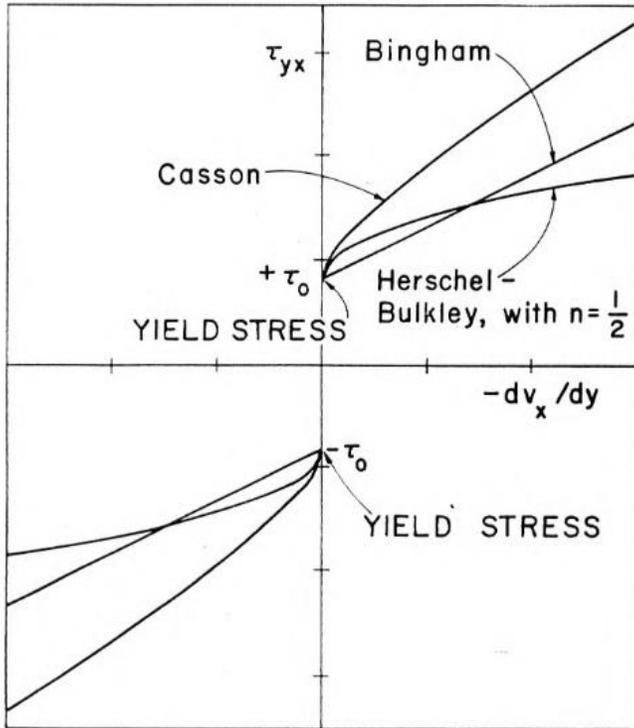
*Modèle de Herschel – Bulkley* 
$$\tau = \begin{cases} 0 & \text{si } |\tau| \leq \tau_0 \\ \pm\tau_0 - m \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^n & \text{si } |\tau| \geq \tau_0 \end{cases}$$

*Modèle de Bingham* 
$$\tau = \begin{cases} 0 & \text{si } |\tau| \leq \tau_0 \\ \pm\tau_0 - \mu_0 \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) & \text{si } |\tau| \geq \tau_0 \end{cases}$$

*Modèle de Casson* 
$$\sqrt{\pm\tau} = \begin{cases} 0 & \text{si } |\tau| \leq \tau_0 \\ \sqrt{\tau_0} + \sqrt{\mu_0} \sqrt{\pm \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)} & \text{si } |\tau| \geq \tau_0 \end{cases}$$

Bird, Dai, et Yarusso, « The Rheology and Flow of Viscoplastic Materials ». Reviews in Chemical Engineering Vol 1-1, 1983

# Formulation mathématique des modèles rhéologiques viscoplastiques



Modèle de Herschel – Bulkley 
$$\tau = \begin{cases} 0 & \text{si } |\tau| \leq \tau_0 \\ \pm\tau_0 - m \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^n & \text{si } |\tau| \geq \tau_0 \end{cases}$$

Modèle de Bingham 
$$\tau = \begin{cases} 0 & \text{si } |\tau| \leq \tau_0 \\ \pm\tau_0 - \mu_0 \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) & \text{si } |\tau| \geq \tau_0 \end{cases}$$
 **deux paramètres  $\tau_0$  et  $\mu_0$**

Modèle de Casson 
$$\sqrt{\pm\tau} = \begin{cases} 0 & \text{si } |\tau| \leq \tau_0 \\ \sqrt{\tau_0} + \sqrt{\mu_0} \sqrt{\pm \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)} & \text{si } |\tau| \geq \tau_0 \end{cases}$$

Bird, Dai, et Yarusso, « The Rheology and Flow of Viscoplastic Materials ». Reviews in Chemical Engineering Vol 1-1, 1983

# Sommaire

- I. Contexte
- II. Joint Radial Segmenté
- III. Objectif de thèse
- IV. Lubrification par poudre
- V. Volet Expérimental**
- VI. Volet Numérique
- VII. Perspectives

# Détermination des paramètres $\tau_0$ et $\mu_0$ par rhéomètres

**Les rhéomètres** : appareils utilisés pour caractériser les propriétés rhéologiques d'un fluide.

Etablir des relation entre:

- Le couple et la contrainte de cisaillement
- La vitesse de rotation et le taux de cisaillement

## Les rhéomètres rotatifs

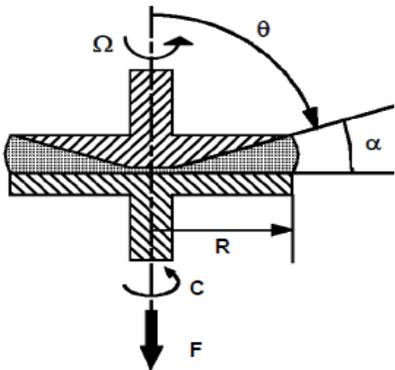


Figure 1. Caractéristiques de la géométrie cône-plan.

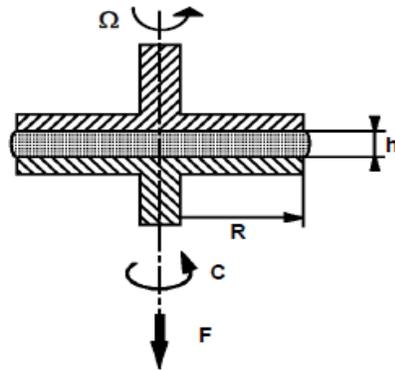


Figure 4. Caractéristiques de la géométrie plan-plan.

# Détermination des paramètres $\tau_0$ et $\mu_0$ par rhéomètres

Les rhéomètres : appareils utilisés pour caractériser les propriétés rhéologiques d'un fluide.

Etablir des relation entre:

- Le couple et la contrainte de cisaillement
- La vitesse de rotation et le taux de cisaillement

## Les rhéomètres rotatifs

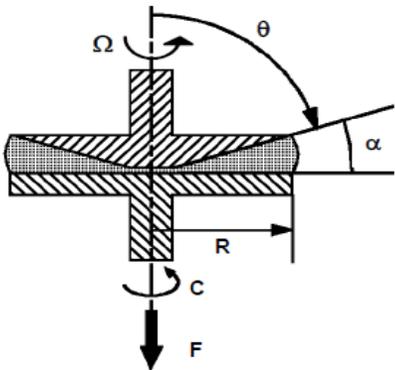


Figure 1. Caractéristiques de la géométrie cône-plan.

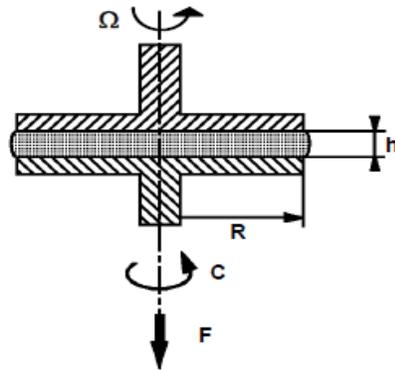
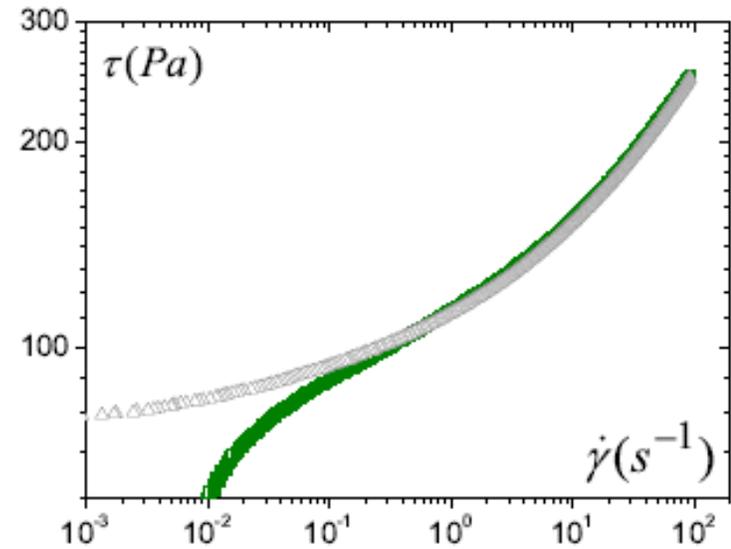


Figure 4. Caractéristiques de la géométrie plan-plan.

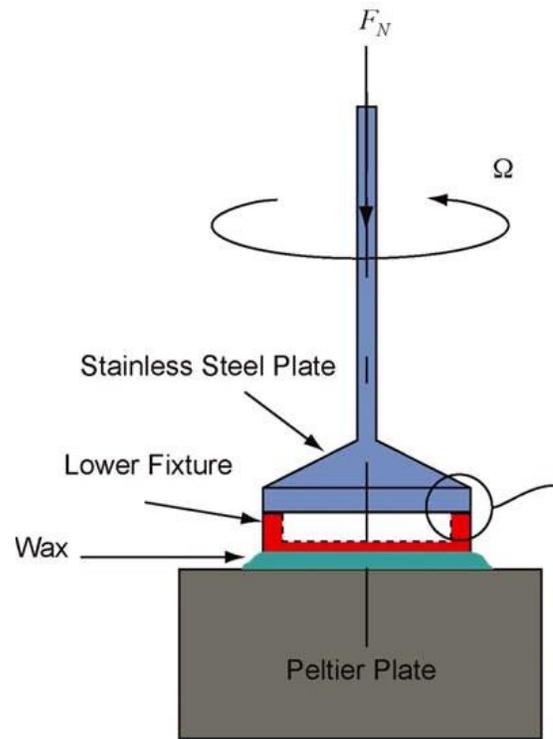


### Courbe d'écoulement typique pour un fluide à seuil à partir d'un rhéomètre

- montée (carrés verts/ comportement solide),
- descente (triangles noirs / comportement fluide).

# Essai sur rhéomètre: Adaptation

Géométrie plan – plan modifié : anneau-plan



## Dispositif expérimental

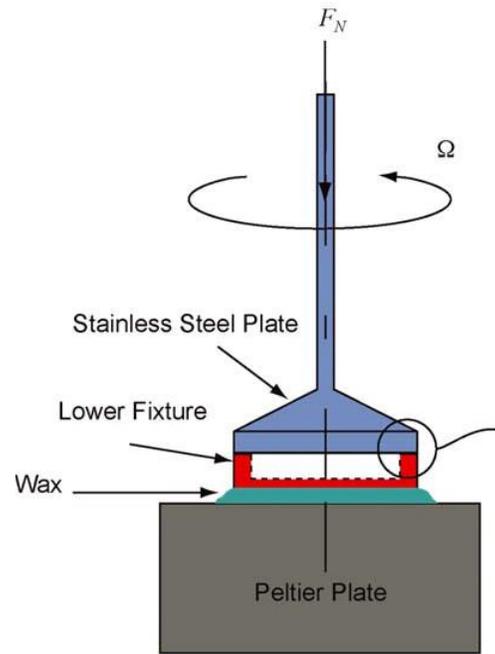
- Disque supérieure en rotation
- Echantillon annulaire fixe
- Charge normale appliquée
- Mesure de la vitesse de rotation
- Mesure du couple de rotation

Anneau en carbone graphité



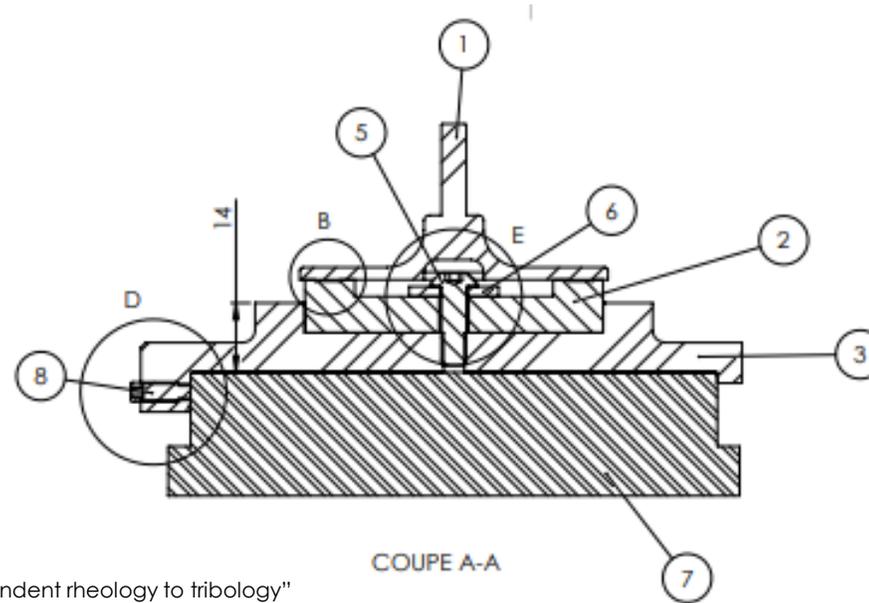
# Essai sur rhéomètre: Adaptation

Géométrie plan – plan modifié : anneau-plan



## Dispositif expérimental

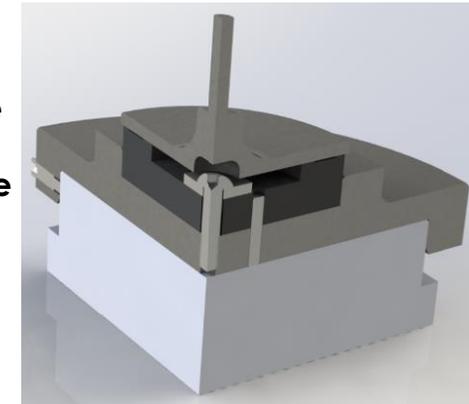
- Disque supérieure en rotation
- Echantillon annulaire fixe
- Charge normale appliquée
- Mesure de la vitesse de rotation
- Mesure du couple de rotation



Anneau en carbone graphité



1. Disque
2. Echantillon annulaire
3. Porte échantillon
4. Goupille de centrage
5. Rondelle élastique
6. Vis de fixation
7. Base rhéomètre



H.P. Kavehpour, G.H. McKinley, "Tribo-rheometry: from gap-dependent rheology to tribology" Tribology Letters, Vol. 17, No. 2, August 2004, pp. 327–335.

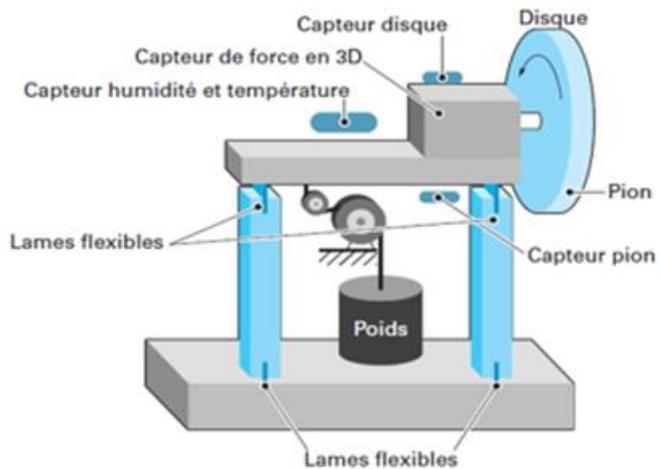
1. Une poudre issue de l'usure du JRS a été observé expérimentalement
2. Cette poudre a montré des propriétés lubrifiantes
3. Le modèle de Bingham a été choisi pour modéliser le comportement de cette poudre
4. Des essais rhéologiques seront mis en place pour déterminer les paramètres du modèle ( $\tau_0$  et  $\mu_0$ )

# Sommaire

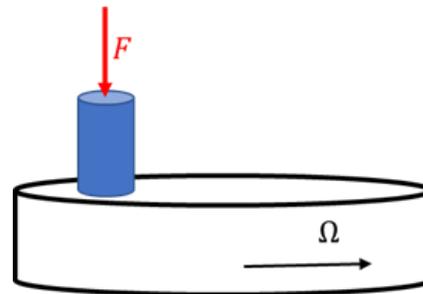
- I. Contexte
- II. Joint Radial Segmenté
- III. Objectif de thèse
- IV. Lubrification par poudre
- V. Volet Expérimental
- VI. Volet Numérique**
- VII. Perspectives

# Essais effectués par CETIM

- ❑ Les essais contact pion/disque avait pour but de déterminer l'usure et le coefficient de frottement
- ❑ Les essais ont été effectués sur un tribomètre à grande vitesse du CETIM



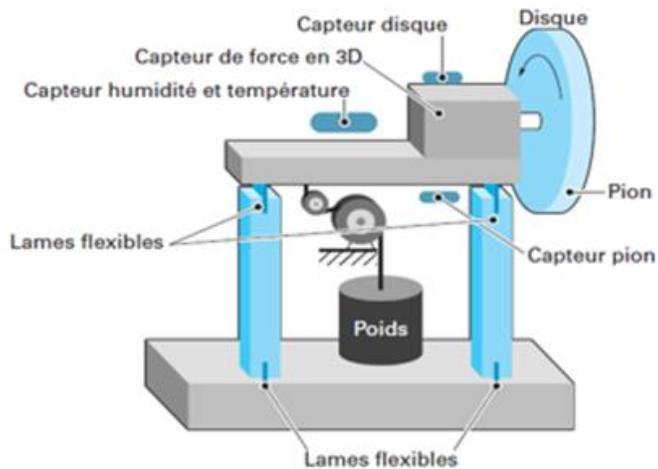
Tribomètre à grande vitesse CETIM



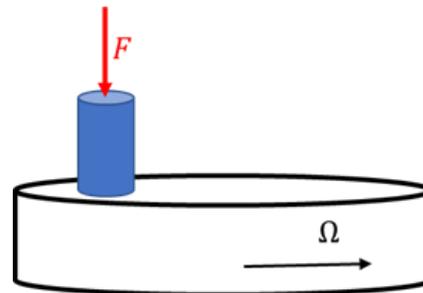
Contact pion/disque

# Essais effectués par CETIM

- ❑ Les essais contact pion/disque avait pour but de déterminer l'usure et le coefficient de frottement
- ❑ Les essais ont été effectués sur un tribomètre à grande vitesse du CETIM

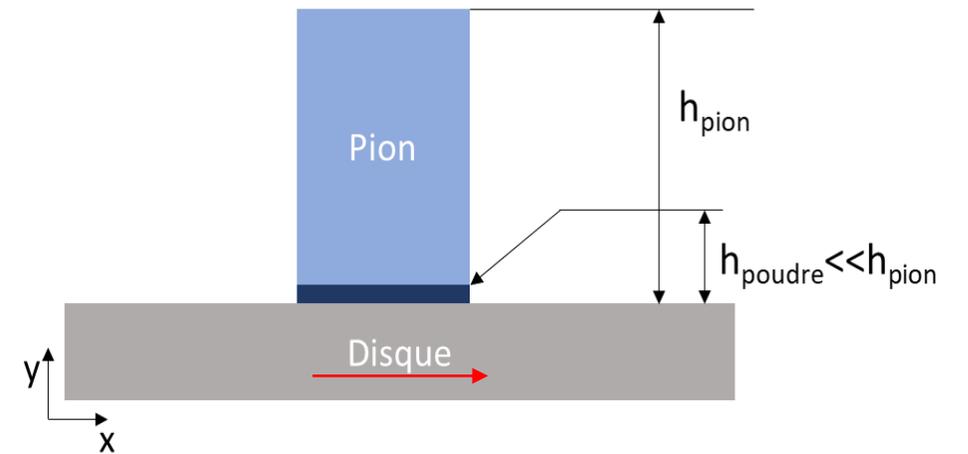


Tribomètre à grande vitesse CETIM



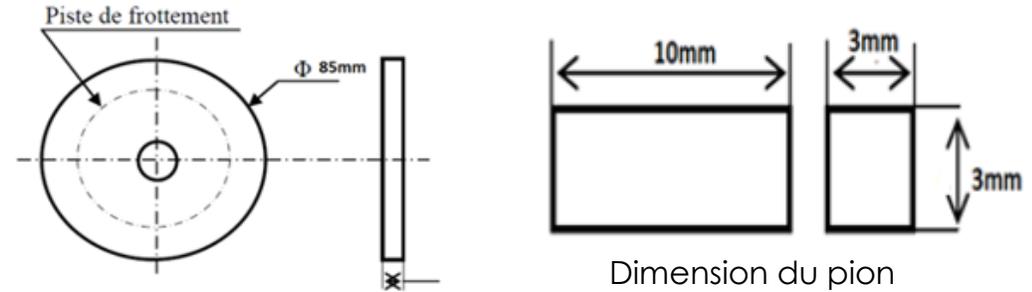
Contact pion/disque

## Contact Pion/Disque avec présence de la poudre



**Problématique : Comment relier l'usure à  $h_{poudre}$  ?**

- ❑ Pression de contact apparente :  $P_a=0,15$  MPa
- ❑ Dureté H : 68 Shore
- ❑ Surface apparente de contact:  $A_a=9$  mm<sup>2</sup>



❑ **Force normale**

$$F_n = P_a A_a = \iint_S P(\mu_0, \tau_y) ds$$

❑ **Force de frottement**

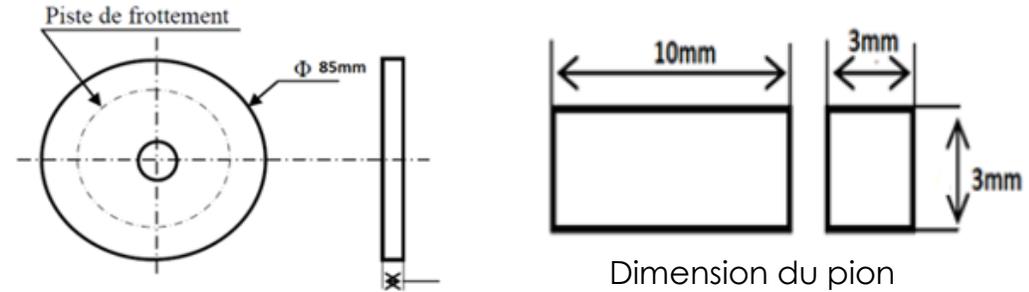
$$F_f = f F_n = \iint_S \tau_{y=0}(\mu_0, \tau_y) ds$$

❑ **Usure**

$$\dot{M} = \rho \dot{v} \Delta t = \dot{m}(\mu_0, \tau_y) \sqrt{A_a}$$

Essai	Taux d'usure [ $\mu\text{m/s}$ ], $\dot{v}$	Coeff. frottement, $f$
<i>180°C / 1,35N / 53m/s</i>	<i>0,0058</i>	<i>0,05 ... 0,075</i>
<i>180°C / 1,35N / 16m/s</i>	<i>0,0031</i>	<i>0,055 ... 0,058</i>
<i>Ambiant / 1,35N / 53m/s</i>	<i>0,0013</i>	<i>0,03 ... 0,19</i>
<i>Ambiant / 1,35N / 16m/s</i>	<i>0,0048</i>	<i>0,055 ... 0,066</i>

- ❑ Pression de contact apparente :  $P_a=0,15$  MPa
- ❑ Dureté H : 68 Shore
- ❑ Surface apparente de contact:  $A_a=9$  mm<sup>2</sup>



Dimension du pion

❑ **Force normale**

$$F_n = P_a A_a = \iint_S P(\mu_0, \tau_y) ds$$

❑ **Force de frottement**

$$F_f = f F_n = \iint_S \tau_{y=0}(\mu_0, \tau_y) ds$$

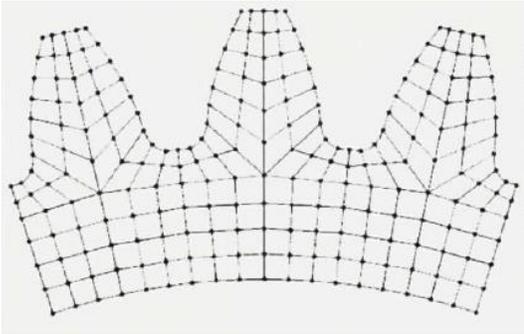
❑ **Usure**

$$\dot{M} = \rho \dot{v} \Delta t = \dot{m}(\mu_0, \tau_y) \sqrt{A_a}$$

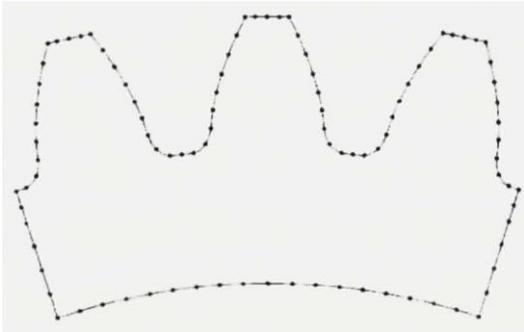
Essai	Taux d'usure [ $\mu\text{m/s}$ ], $\dot{v}$	Coeff. frottement, $f$
<i>180°C / 1,35N / 53m/s</i>	<i>0,0058</i>	<i>0,05 ... 0,075</i>
<i>180°C / 1,35N / 16m/s</i>	<i>0,0031</i>	<i>0,055 ... 0,058</i>
<i>Ambiant / 1,35N / 53m/s</i>	<i>0,0013</i>	<i>0,03 ... 0,19</i>
<i>Ambiant / 1,35N / 16m/s</i>	<i>0,0048</i>	<i>0,055 ... 0,066</i>

**Après les essais pion/disque, on a besoin de modéliser numériquement ce contact pour déterminer l'usure**

# Méthode des éléments de frontières (1/4)



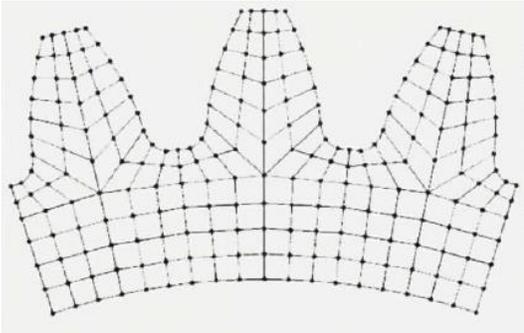
Maillage éléments finis



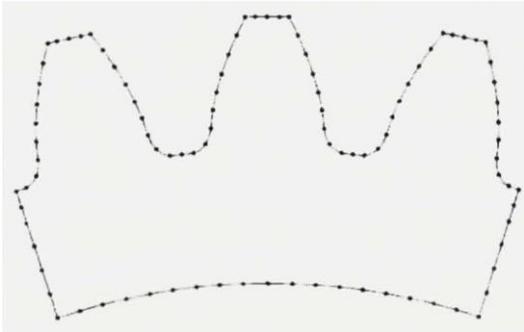
Maillage éléments de frontière

LALONDE S. "Modélisation de la propagation des fissures dans les engrenages par la méthode des éléments de frontières" Mémoire de Maitrise, Montréal, 2008, p36-37

# Méthode des éléments de frontières (1/4)



Maillage éléments finis



Maillage éléments de frontière

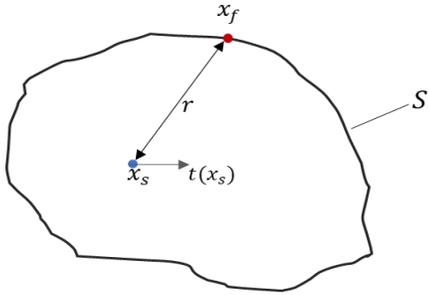
La méthode est basée sur la théorème de réciprocité de Betti

$$\int_{\Gamma} t_i^{(a)} u_i^{(b)} d\Gamma + \int_{\Omega} f_i^{(a)} u_i^{(b)} d\Omega = \int_{\Gamma} t_i^{(b)} u_i^{(a)} d\Gamma + \int_{\Omega} f_i^{(b)} u_i^{(a)} d\Omega$$

$t$  représente les tractions;  $u$  sont les déplacements et  $f$  sont les forces volumiques  
 $\Omega$  représente le domaine de résolution et  $\Gamma$  son contour,

LALONDE S. "Modélisation de la propagation des fissures dans les engrenages par la méthode des éléments de frontières" Mémoire de Maitrise, Montréal, 2008, p36-37

# Méthode des éléments de frontières (2/4)



$$\int_{\Gamma} \mathbf{t}_i^{(a)} \mathbf{u}_i^{(b)} d\Gamma = \int_{\Gamma} \mathbf{t}_i^{(b)} \mathbf{u}_i^{(a)} d\Gamma$$

- ❑ Un premier système où les tractions et déplacement sont à déterminer
- ❑ Un second système dont on connaît les tractions et déplacement grâce au solutions fondamentales de Kelvin

Le déplacement au point  $x_s$

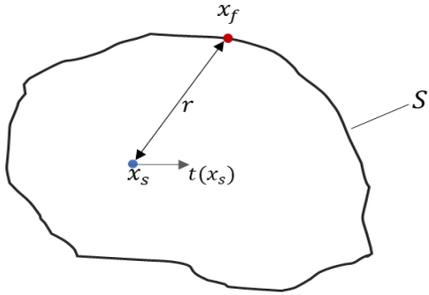
$$u_i(x_s) - \int_S u_i(x_f) T_{ij}(x_s, x_f) dS(x_f) = \int_S t_i(x_f) U_{ij}(x_s, x_f) dS(x_f)$$

Solution fondamentales en élasticité plane

$$U_{ij}(x_s, x_f) = \frac{1}{8\pi\mu(1-\nu)} \left( (3-4\nu) \ln\left(\frac{1}{r}\right) \delta_{ij} + \frac{\partial r}{\partial x_j} \frac{\partial r}{\partial x_i} \right)$$

$$T_{ij}(x_s, x_f) = -\frac{1}{4\pi r(1-\nu)} \left[ \left( (1-2\nu) \delta_{ij} + 2 \frac{\partial r}{\partial x_j} \frac{\partial r}{\partial x_i} \right) \frac{\partial r}{\partial n} - (1-2\nu) \left( \frac{\partial r}{\partial x_j} n_j - \frac{\partial r}{\partial x_i} n_i \right) \right]$$

# Méthode des éléments de frontières (2/4)



$$\int_{\Gamma} t_i^{(a)} u_i^{(b)} d\Gamma = \int_{\Gamma} t_i^{(b)} u_i^{(a)} d\Gamma$$

- ❑ Un premier système où les tractions et déplacement sont à déterminer
- ❑ Un second système dont on connaît les tractions et déplacement grâce aux solutions fondamentales de Kelvin

## Le déplacement au point $x_s$

$$u_i(x_s) - \int_S u_i(x_f) T_{ij}(x_s, x_f) dS(x_f) = \int_S t_i(x_f) U_{ij}(x_s, x_f) dS(x_f)$$

**Les inconnues sont:  $t(x_f)$  et  $u(x_f)$**   
 $x_s$  est appelé POINT DE COLLOCATION

Solution fondamentales  
en élasticité plane

$$U_{ij}(x_s, x_f) = \frac{1}{8\pi\mu(1-\nu)} \left( (3-4\nu) \ln\left(\frac{1}{r}\right) \delta_{ij} + \frac{\partial r}{\partial x_j} \frac{\partial r}{\partial x_i} \right)$$

$$T_{ij}(x_s, x_f) = -\frac{1}{4\pi r(1-\nu)} \left[ \left( (1-2\nu) \delta_{ij} + 2 \frac{\partial r}{\partial x_j} \frac{\partial r}{\partial x_i} \right) \frac{\partial r}{\partial n} - (1-2\nu) \left( \frac{\partial r}{\partial x_j} n_j - \frac{\partial r}{\partial x_i} n_i \right) \right]$$

Equation discrétisée

$$cu(x_i) + \sum_{e=1}^E \sum_{n=1}^N \Delta T_{ni}^e u_n^e = \sum_{e=1}^E \sum_{n=1}^N \Delta U_{ni}^e t_n^e$$

Sous forme matricielle

$$[A]\{u\} = [B]\{t\}$$

# Méthode des éléments de frontières (3/4)

**Traitement numérique des singularités présentes dans les solutions fondamentales**

$$U_{ij} = \frac{1}{8\pi\mu(1-\nu)} \left( (3 - 4\nu) \ln\left(\frac{1}{r}\right) \delta_{ij} + \frac{\partial r}{\partial x_j} \frac{\partial r}{\partial x_i} \right)$$

$$T_{ij} = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \frac{1}{r} \left[ \left( (1 - 2\nu) \delta_{ij} + 2 \frac{\partial r}{\partial x_j} \frac{\partial r}{\partial x_i} \right) \frac{\partial r}{\partial n} - (1 - 2\nu) \left( \frac{\partial r}{\partial x_j} n_j - \frac{\partial r}{\partial x_i} n_i \right) \right]$$

Technique pour traiter les singularités

- Méthode de subdivisions de l'élément en sous-éléments
- Utilisation du mouvement d'un corps rigide
- Isolation de la singularité / soustraction de la singularité

# Méthode des éléments de frontières (3/4)

Traitement numérique des singularités présentes dans les solutions fondamentales

$$U_{ij} = \frac{1}{8\pi\mu(1-\nu)} \left( (3 - 4\nu) \ln\left(\frac{1}{r}\right) \delta_{ij} + \frac{\partial r}{\partial x_j} \frac{\partial r}{\partial x_i} \right)$$

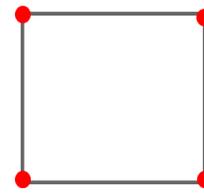
$$T_{ij} = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)r} \left[ \left( (1 - 2\nu)\delta_{ij} + 2 \frac{\partial r}{\partial x_j} \frac{\partial r}{\partial x_i} \right) \frac{\partial r}{\partial n} - (1 - 2\nu) \left( \frac{\partial r}{\partial x_j} n_j - \frac{\partial r}{\partial x_i} n_i \right) \right]$$

Technique pour traiter les singularités

- Méthode de subdivisions de l'élément en sous-éléments
- Utilisation du mouvement d'un corps rigide
- Isolation de la singularité / soustraction de la singularité

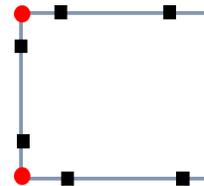
## Point de discontinuité – Élément discontinu

Les points où la normale varie brusquement (par exemple les sommets) sont des points où la géométrie est discontinue.



Pour des **éléments de frontière continus**, les nœuds de la géométrie sont à la fois les nœuds d'interpolation et les points de colocation.

Un dédoublement des tractions a alors lieu dans ces points, ce qui engendre des erreurs dans les solutions.



Pour les **éléments de frontière discontinus** les nœuds qui décrivent la géométrie (en rouge) sont différents des nœuds de colocation (en noir).

# Méthodes des éléments de frontière (4/4)

## Avantages

- ❑ Il y a moins de nœuds donc le temps de calcul est faible
- ❑ Elle est adapté pour les géométries à symétries axiales ou cylindriques
- ❑ La précision des solutions sont meilleurs car elles sont calculées à partir des solutions fondamentales de l'élasticité pour des potentiels de déplacements
- ❑ Elle est aussi adapté pour le contact en petits déplacements ou tout autre problème de frontière (transmission d'onde, géomécanique, mécanique de la rupture)

# Méthodes des éléments de frontière

## Avantages

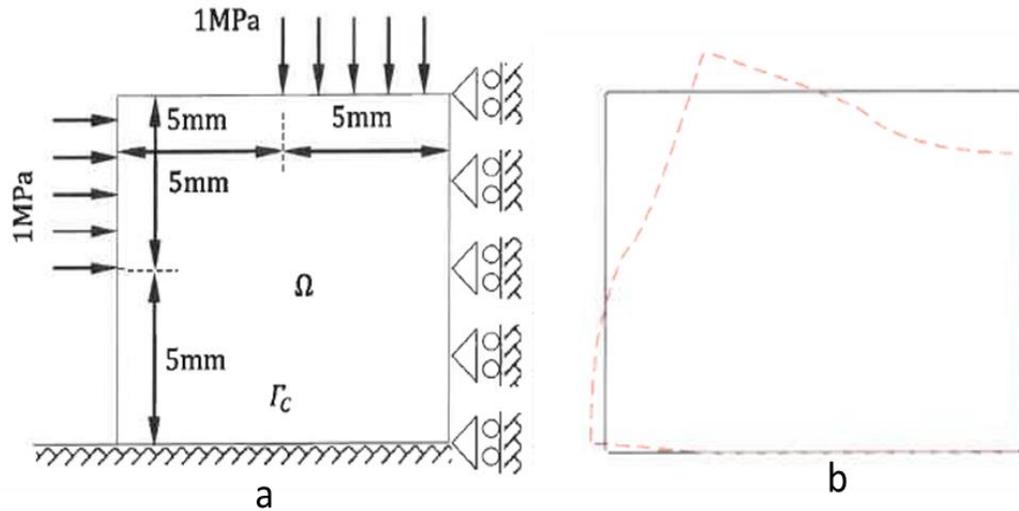
- ❑ Il y a moins de nœuds donc le temps de calcul est faible
- ❑ Elle est adapté pour les géométries à symétries axiales ou cylindriques
- ❑ La précision des solutions sont meilleurs car elles sont calculées à partir des solutions fondamentales de l'élasticité pour des potentiels de déplacements
- ❑ Elle est aussi adapté pour le contact en petits déplacements ou tout autre problème de frontière (transmission d'onde, géomécanique, mécanique de la rupture)

## Inconvénients

- ❑ **Le traitement numérique de la singularité des solutions fondamentales est complexe**
- ❑ **Le résolution de la discontinuité est difficile à mettre en place numérique**
- ❑ **La méthode est basée sur l'élasticité linéaire donc elle est inadapté aux grands déplacements non-linéaires**

# Validation du programme pour un cas avec contact unilatéral

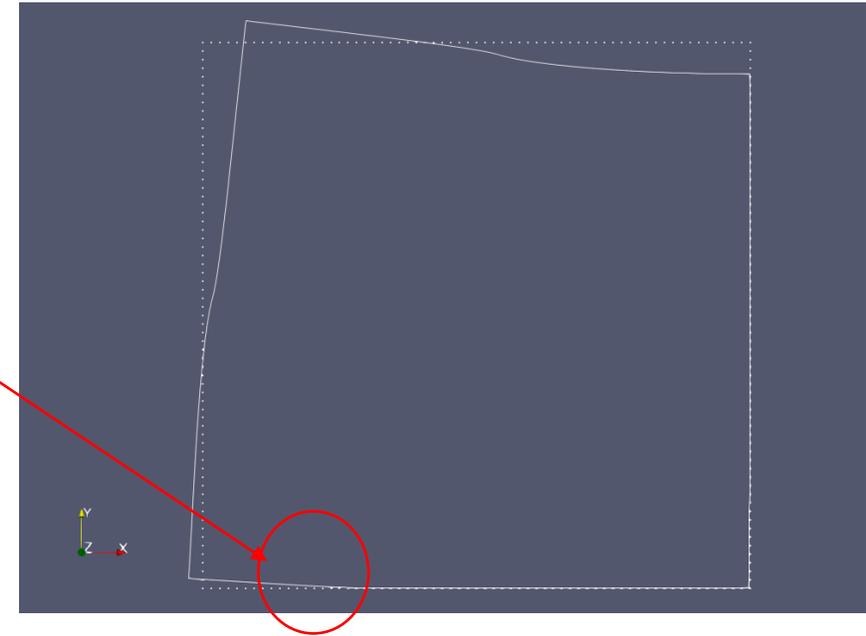
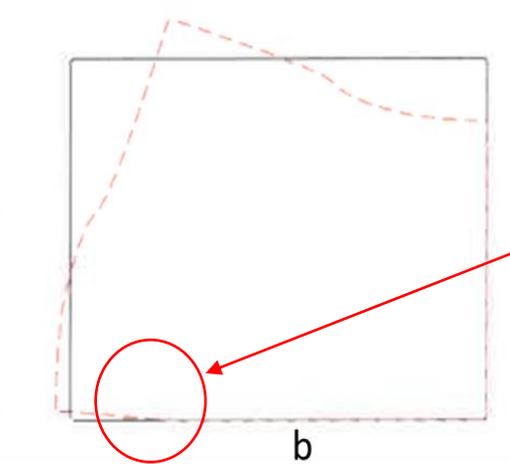
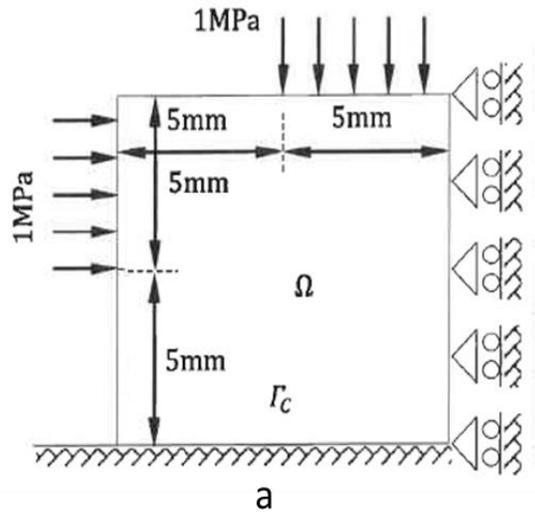
## Modèle de validation du programme



B. Chen, L. Zhang, K. Shu, "The singular boundary method for unilateral contact problems",  
Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering

# Validation du programme pour un cas avec contact unilatéral

Modèle de validation du programme

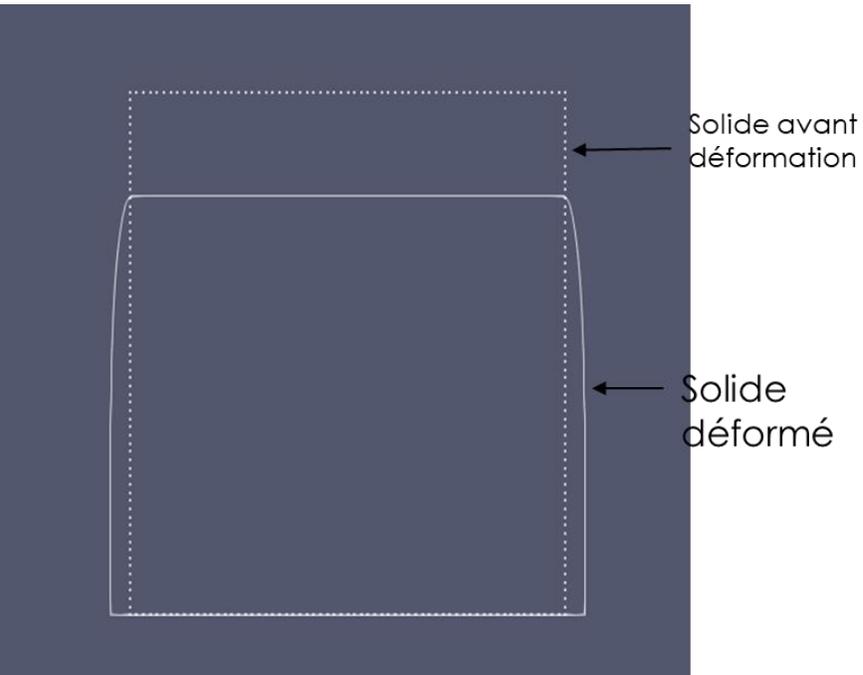


Résultat du programme

B. Chen, L. Zhang, K. Shu, "The singular boundary method for unilateral contact problems",  
Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering

# Un exemple de résultats

## Contact sans frottement



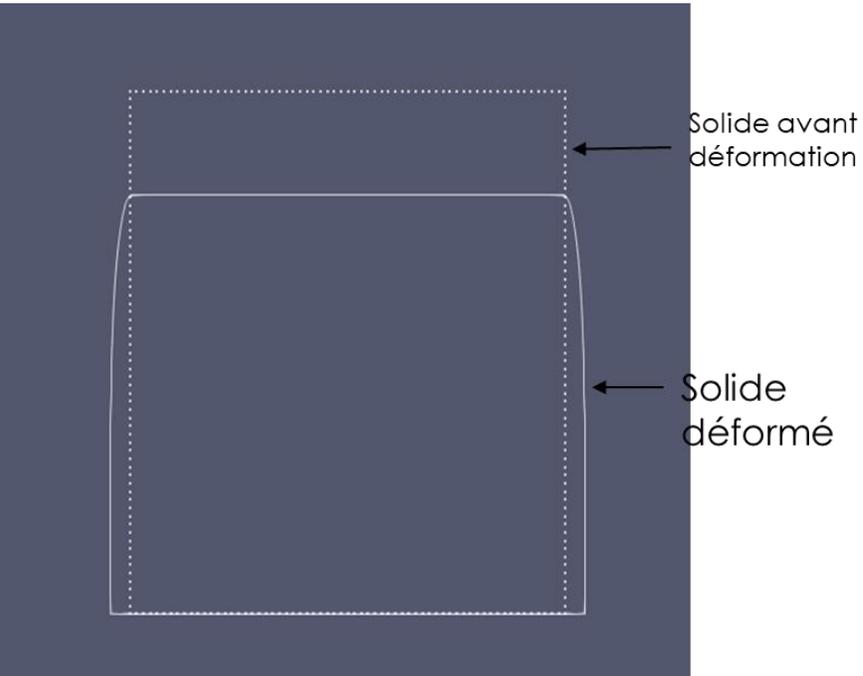
Solide composé de :

- ❑ 128 Elements quadratiques
- ❑ 256 noeuds
- ❑ 512 ddl

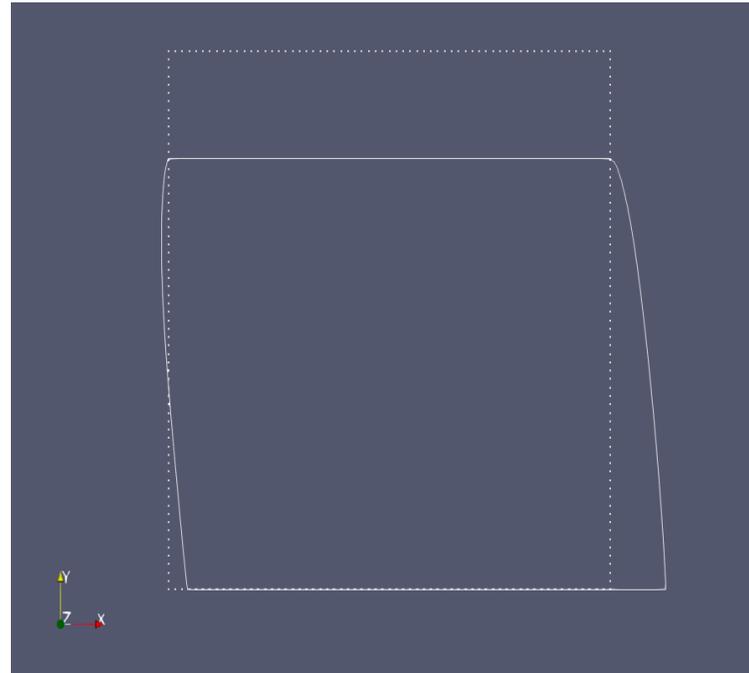
Déplacement de  $0.1 \times L$  imposé sur la surface supérieure  
Les éléments de la surface du bas (inférieure) sont en appui simple

# Un exemple de résultats

Contact sans frottement



Ajout d'un cisaillement sur la surface de contact (via le frottement de Coulomb)



Solide composé de :

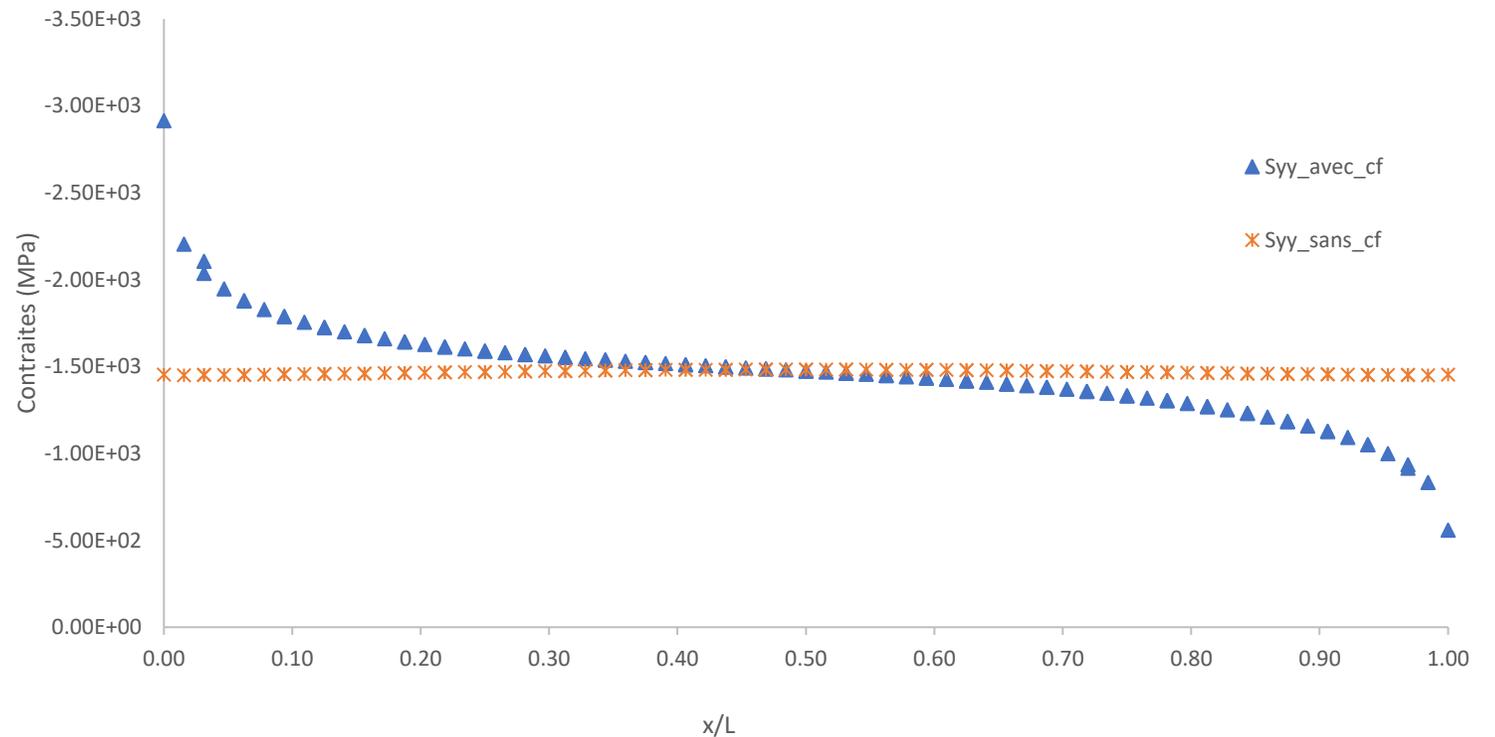
- ❑ 128 Elements quadratiques
- ❑ 256 noeuds
- ❑ 512 ddl

Déplacement de  $0.1xL$  imposé sur la surface supérieure  
 Les éléments de la surface du bas (inférieure) sont en appui simple

# Contraintes normales à la surface de contact

On a :

- La pression de contact en absence de frottement sur la surface de contact (marqueurs orange) est quasiment constante
- La pression avec frottement sur la surface de contact (marqueurs bleus) est variable (profil asymétrique).



# Sommaire

- I. Contexte
- II. Joint Radial Segmenté
- III. Objectif de thèse
- IV. Lubrification par poudre
- V. Volet Expérimental
- VI. Volet Numérique
- VII. Perspectives**

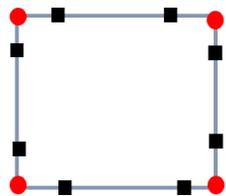
1 – Une Implémentation du comportement viscoplastique dans le programme éléments de frontière est en cours et sa validation sera faite par les résultats d'essais.

2 – Les essais rhéologiques seront effectuées

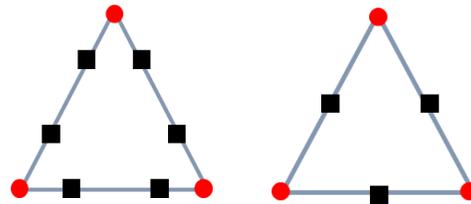
1 – Une Implémentation du comportement viscoplastique dans le programme éléments de frontière est en cours et sa validation sera faite par les résultats d'essais.

2 – Les essais rhéologiques seront effectuées

**3 – Une prise en compte des éléments discontinus 3D quadrangles et triangles dans le programme sera réalisé**



Elément quadrangle discontinu



Elément triangulaire discontinu

En rouge: les nœuds de la géométrie  
En noir: les nœuds d'interpolation

**Merci de votre attention**